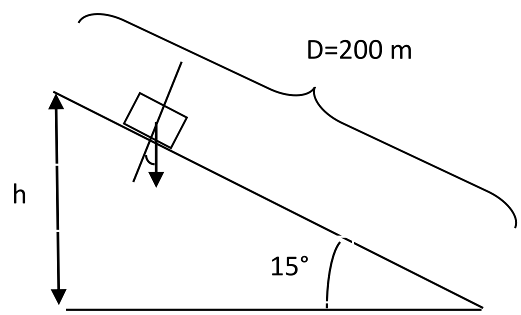
14. Un ciclista que va a 5 m/s se deja caer sin pedalear por una rampa inclinada 15° y cuya longitud es de 200 m. Si el coeficiente de rozamiento es 0,2 y la masa del ciclista junto con su bicicleta es de 80 kg, calcular:
a) La energía perdida por rozamiento a lo largo de la rampa.
b) La velocidad con la que llega el ciclista al final de la rampa.
c) La altura que alcanzaría en una segunda rampa ascendente situada justo al final de la anterior con igual coeficiente de rozamiento y cuya inclinación es de 30°.

Si se plantea este problema por energía, se puede considerar un punto inicial en el lugar de mayor altura de la rampa. Consideramos el punto y=0 en la base de la rampa. Entonces el punto inicial está a una altura h.



El primer inciso pide calcular la energía perdida por rozamiento, es decir el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento. Entonces:

$$W_{Froz} = \int \boldsymbol{F_{roz}}\, \boldsymbol{dx} = \boldsymbol{F_{roz}} \int \boldsymbol{dx} = \boldsymbol{F_{roz}}\, \boldsymbol{D} = F_{roz} D\, cos180° = -F_{roz} D = -\mu N D$$

En la ecuación anterior se debe considerar que las letras en negrita son vectores. Además tener en cuenta que la fuerza de rozamiento es constante, y por lo tanto se puede sacar fuera de la integral. Para calcular la normal se puede realizar el diagrama del cuerpo libre del cuerpo y plantear la sumatoria de fuerzas igual a 0 en el eje y perpendicular al plano. Entonces

$$N - P\, cos15° = 0$$

Entonces:

$$W_{Froz} = -\mu\, P \cos 15°\, D = -\mu\, mg \cos 15°\, D = -30291J$$

Es decir la perdida de energía por rozamiento es de 30291J.

Para el inciso b se puede plantear el principio de conservación de energía mecánica entre el inicio de la rampa (altura máxima) y el final de la rampa (en la base). La diferencia de enrgía entre esos dos puntos es igual al trabajo de las fuerzas no conservativas. En este caso la única fuerza no conservativa que realiza trabajo es el rozamiento.

Entonces $\Delta E_M = E_{Mfinal} - E_{Minicial} = W_{Froz}$

La energía mecánica final es solo energía cinética ya que la altura es cero. La energía mecánica inicial es energía potencial y cinética.

$$E_{kfinal} - (E_{pot\ inicial} + E_{k\ inicial}) = W_{Froz}$$

$$\frac{1}{2} m\, v_f^2 - (mgh + \frac{1}{2} m\, v_i^2) = W_{Froz}$$

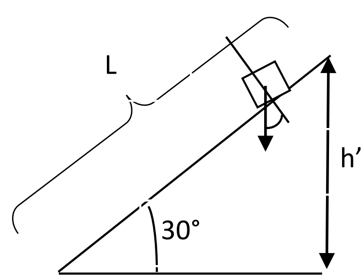
El trabajo fue calculado en el inciso a. La masa y la velocidad inicial están dadas en el enunciado, mientras que la altura se puede calcular mediante trigonometría como h= sen (15°) D= 51,8 m.

Despejando la velocidad final:

$$v_i = \sqrt{\left(W_{Froz} + mgh + \frac{1}{2} m\, v_i^2\right)\frac{2}{m}}$$

El resultado es v_i=16,8 m/s

Para resolver el inciso c planteamos la conservación de la energía mecánica ahora considerando el punto inicial en la base y el punto final en la altura máxima. Nuevamente hay perdida de energía por la fuerza de rozamiento. La energía mecánica inicial es solo cinética y la energía mecánica final es solo potencial.



$$\Delta E_M = E_{Mfinal} - E_{Minicial} = W_{Froz}$$

$$E_{potfinal} - E_{k\ inicial} = W_{Froz} = -\mu\, mg \cos 30°\, L$$

En la ecuación anterior hemos calculado el trabajo de manera similar a lo realizado anteriormente, solo que cambiando el ángulo y la distancia D por una distancia L que es incógnita.

$$mgh' - \frac{1}{2} m\, v_i^2 = -\mu\, mg \cos 30°\, L$$

Usando la v_i obtenida en el inciso b, y escribiendo L en función de h' como L=h'/(sen 30°) se puede determinar precisamente h´.

$$mgh' = -\mu\, mg \cos 30° \frac{h'}{sen30°} + \frac{1}{2} m\, v_i^2$$

$$gh' + \mu\, g \cos 30° \frac{h'}{sen30°} = \frac{1}{2}\, v_i^2$$

$$h'\left(g + \mu\, g \frac{cos30°}{sen30°}\right) = \frac{1}{2}\, v_i^2$$

$$h' = \left(\frac{1}{2}\, v_i^2\right) / \left(g + \mu\, g \frac{cos30°}{sen30°}\right)$$

El valor obtenido es de 9,5 m.